SECONDE - EXERCICES DU CH03
GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

n°3 p46 03.A

a) $\mathcal{D}_f = [-6 ; +6]$

b) $f(-5) = 1$; $f(3) = 4$; $f(6) = -2$.

c) $f^{-1}(4) = \{-1 ; 3\}$; $f^{-1}(-1) = \{-3\}$; $f^{-1}(3) = \{-6 ; -1,5 ; 1 ; 3,6\}$

---

n°7 p46 03.B

$f : t \in \mathbb{R} \longmapsto f(t) = -3(t-1)^2$

a) $f(2) = -3\,(2-1)^2 = -3 \times 1^2 = -3$

b) $f(-3) = -3\,(-3-1)^2 = -3 \times 16 = -48$

c) $f(t) = 4 \iff -3(t-1)^2 = 4$

$\iff \underbrace{(t-1)^2}_{\text{carré}} = \underbrace{-\frac{4}{3}}_{\text{négatif}}$ (affirmation fausse).

Donc il n'existe pas de $t \in \mathbb{R}$ tel que $f(t) = 4$,
i.e. 4 n'admet pas d'antécédent par f.

d) $f(t) = 0 \iff -3\,(t-1)^2 = 0$

$\iff -3 = 0$ ou $(t-1)^2 = 0$

$-3 = 0$ | $t - 1 = 0$

$-3 = 0$ | $t = 1$

La seule solution de l'équation $f(t) = 0$ est $t = 1$,
donc 1 est le seul antécédent de 0 par f.

e) $f(t) = -12 \iff -3\,(t-1)^2 = -12$

$\iff (t-1)^2 = \frac{-12}{-3}$

$\iff (t-1)^2 = 4$

$\iff [\,(t-1) = 2$ ou $(t-1) = -2\,]$

$\iff [\,t = 3$ ou $t = -1\,]$

Donc un antécédent par f de -12 est 3 ou -1.
$f^{-1}(-12) = \{-1 ; 3\}$.

---

n°9 p66 03.C

$f : x \in]-2;+\infty[\longmapsto f(x) = \frac{1}{x+2}$

a) Le dénominateur ne peut être nul,

et $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$, donc -2 est une "valeur interdite".

Donc f n'est pas définie en -2.

b) $f(4) = \frac{1}{4+2} = \frac{1}{6}$ (on a bien $4 \in]-2;+\infty[$)

c) $f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2}$ et $x \in]-2;+\infty[$

$\Leftrightarrow 2 = x+2$ et $x \in]-2;+\infty[$

$\Leftrightarrow x = 0$ et $x \in]-2;+\infty[$.

Donc 0 est un antécédent de $\frac{1}{2}$ par f.

03.D

n°28 p68 : corrigé dans le livre.

1°) Forme 1 : $4(x-5)^2 - 9 = 4(x^2 - 10x + 25) - 9$
$= 4x^2 - 40x + 91$

Forme 2 : $(2x-13)(2x-7)$
$= 4x^2 - 14x - 26x + 91$
$= 4x^2 - 40x + 91$

2°) La forme factorisée est la forme 2.

3°) a) $f(x) = 0$ - forme factorisée pour obtenir une éq° produit

$(2x-13)(2x-7) = 0 \Leftrightarrow 2x - 13 = 0$ ou $2x - 7 = 0$
$x = \frac{13}{2}$ | $x = \frac{7}{2}$

$S = \left\{\frac{7}{2} ; \frac{13}{2}\right\}$.

b) $f(0)$ - forme développée (forme 3) : le terme constant est l'image de 0. $f(0) = 91$

c) $f(x) = -9$ - forme 1 : $4(x-5)^2 - 9 = -9$
$\Leftrightarrow 4(x-5)^2 = 0$ (éq° - pdt)
$\Leftrightarrow x = 5$.

$S = \{5\}$.

d) $f(\sqrt{2})$ - forme 3 : $f(\sqrt{2}) = 4 \times (\sqrt{2})^2 - 40\sqrt{2} + 91 = 99 - 40\sqrt{2}$

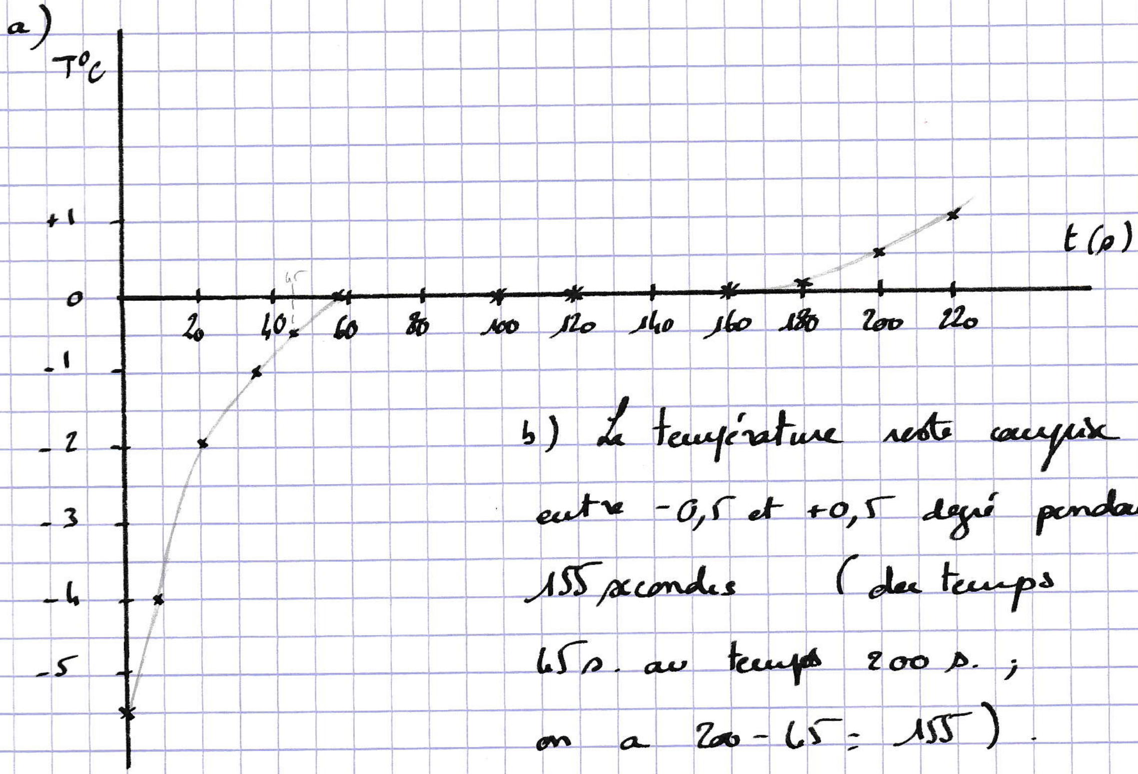
e) $f(x) = 91$ - forme 3 : $f(x) = 91 \Leftrightarrow 4x^2 - 40x + 91 = 91$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow [x = 0$ ou $x = 10]$

$S = \{0 ; 10\}$.

n°10 p67 c3.E

a)



b) La température reste comprise entre −0,5 et +0,5 degré pendant 155 secondes (du temps 45 s au temps 200 s ; on a 200 − 45 = 155).

---

n°11 p67 c3.F.

a) On peut affirmer que O ; A ; D appartiennent à $\mathcal{C}$, car ces points sont codés et il ne s'agit pas de valeurs approchées.

b) Vérification par le point B : $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots$, donc $B \notin \mathcal{C}$

par le point C : $\sqrt{3} = 1{,}7320\ldots$, donc $C \notin \mathcal{C}$

par le point E : $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$, donc $E \in \mathcal{C}$.

Attention, la lecture graphique donne des résultats approchés !

---

n°13 p47 03.6

$f : x \in [-4 ; 6] \longmapsto f(x) = x^2 + 2x - 4.$

a) Tableau de valeurs avec une TI-83 Plus.fr
Valeurs pour x allant de -4 à 6 avec un pas de 1 :

- Touche gise menu du haut f(x)
Sur la 1° ligne (\Y1=), taper :
X,t,θ,n x^2 + 2 X,t,θ,n − 4 entrer
affichage :
\Y1= X² + 2X − 4

- 2nde puis dans le menu du haut, fenêtre (déf table)

affichage : DEFINIR TABLE
DébTble = -4 ← renseigner la 1ère valeur
Pas = 1
Indpnt Auto Dem
Calculs Auto Dem

- 2nde graphe (table)

affichage : (descendre dans le tableau grâce au curseur)

X	Y1
-4	4
-3	-1
-2	-4
-1	-5
0	-4
1	-1
2	4
3	11
4	20
5	31
6	44

b) -3 et 1 sont deux antécédents de -1 par f.

+c) On peut tracer le graphe en suivant les indications de l'exercice corrigé 1 p43.

n° 16 p 47

a) $f(x) = 2$ pour $x = 3$: $S = \{3\}$

b) $f(x) = 1$ pour $x \in \{-2\,;\,2\}$: $S = \{-2\,;\,2\}$

c) $f(x) = 0$ pour $x \in \{-3\,;\,0\}$: $S = \{-3\,,\,0\}$

d) $f(x) = -1$ pour $x = -4$: $S = \{-4\}$

e) $f(x) = -2$ pour aucune valeur de x : $S = \emptyset$

---

n° 38 p 50 – problème de Al-Khuwarizmi.

1°) a)
$$3^2 = -4 \times 3 + 21$$
$$3^2 = -12 + 21$$
$$3^2 = 9 \quad \text{vrai}$$

Erreur d'énoncé : vérifier que $\underline{\underline{3}}$ est solution.

Donc 3 est bien solution de l'équation.

b) Il semble que les solutions soient -7 et 3.
On a déjà vérifié que 3 est solution à la question a).
Pour $x = -7$ il vient :
$$(-7)^2 = -4 \times (-7) + 21$$
$$49 = +28 + 21$$
$$49 = 49 \quad \text{vrai}$$
Donc -7 est bien solution de l'équation.

c) $x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$

d) Donc $x^2 = -4x + (x+2)^2 - 4$

Donc $x^2 = -4x + 21$

$\Leftrightarrow \cancel{-4x} + (x+2)^2 - 4 = \cancel{-4x} + 21$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 = 21$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 25$

$\Leftrightarrow (x+2 = 5 \text{ ou } x+2 = -5)$

$\Leftrightarrow (x = 3 \text{ ou } x = -7)$

L'équation a bien deux solutions, et $S = \{3\,;\,-7\}$.

2°) a) $x^2 = -4x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 3 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 = 3$
$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \Leftrightarrow (x = \sqrt{7} - 2 \text{ ou } x = -\sqrt{7} - 2)$

b) $x^2 + 4x = -1 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 = -1 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 3$
$\Leftrightarrow (x+2 = \sqrt{3} \text{ ou } x+2 = -\sqrt{3}) \Leftrightarrow (x = \sqrt{3} - 2 \text{ ou } x = -\sqrt{3} - 2)$

c) $x^2 + 4x = -5 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4 = -5 \Leftrightarrow \underbrace{(x+2)^2}_{\text{carré}} = \underbrace{-1}_{\text{négatif}}$

$S = \emptyset$.

---

n°65 p124 5

1°a) De $x = -5$ à $x = 5$, avec un pas de 1,
Si $x^2 \leq 2x + 8$
alors afficher x.
Sinon, ne rien faire.

Ce programme affiche les solutions entières comprises entre -5 et 5 de l'inéquation $x^2 \leq 2x + 8$.

1°b) Sur le graphique, les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points par lesquels la parabole ∪ est en-dessous de la droite /.
Pour retrouver les solutions données par le programme de la question a), il ne faut regarder que les abscisses entières entre -5 et 5.

1°c) $(x+2)(x-4) \leq 0$ $(*)$
$\iff x^2 - 4x + 2x - 8 \leq 0$
$\iff x^2 - 2x - 8 \leq 0$
$\iff x^2 \leq 2x + 8$.

Pour résoudre $(*)$, on fait un tableau de signes :
$x + 2 > 0 \iff x > -2$
$x - 4 > 0 \iff x > 4$

x	$-\infty$	-2		$+4$	$+\infty$
$(x+2)$	$-$	0	$+$		$+$
$(x-4)$	$-$		$-$	0	$+$
$(x+2)(x-4)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donc $(x+2)(x-4) \leq 0$ a pour solutions $S = [-2 ; +4]$.
(on peut vérifier par le graphique donné en 1°b).

2°) $x^3 \leq 3x - 2 \iff x^3 - 3x + 2 \leq 0 \iff \underbrace{(x-1)^2}_{\oplus}(x+2) \leq 0$

Or $(x-1)^2 \geq 0$ car c'est un carré, et $(x+2) > 0$ ssi $x > -2$

Donc la courbe de la fonction cube est en-dessous de la droite pour $x < -2$, croise la droite en $x = -2$, et est au-dessus de la droite pour $x > -2$.

thème 2 p.11 « 3. Calculer les valeurs d'une fonction ».

1°) a) $f(2) = 7$ | c) $f(0) = 1$ | e) $f(-1/2) = 2,5$.
b) $f(-5) = 16$ | d) $f(1/3) = 2$

2°) Taper le programme (S2P11) et vérifier.

---

n°43p51 – Dichotomie –

a)

k		1	2	3	4
m		0,5	0,75	0,875	0,8125
a	0	0,5	0,75	0,75	0,75
b	1	1	1	0,875	0,8125

Dichotomie sur $[0;1]$ de $f(x) = x^3 + 2x - 2$.

$f(0,5) = -0,875$, avec $f(0) = -2$ et $f(1) = 1$.

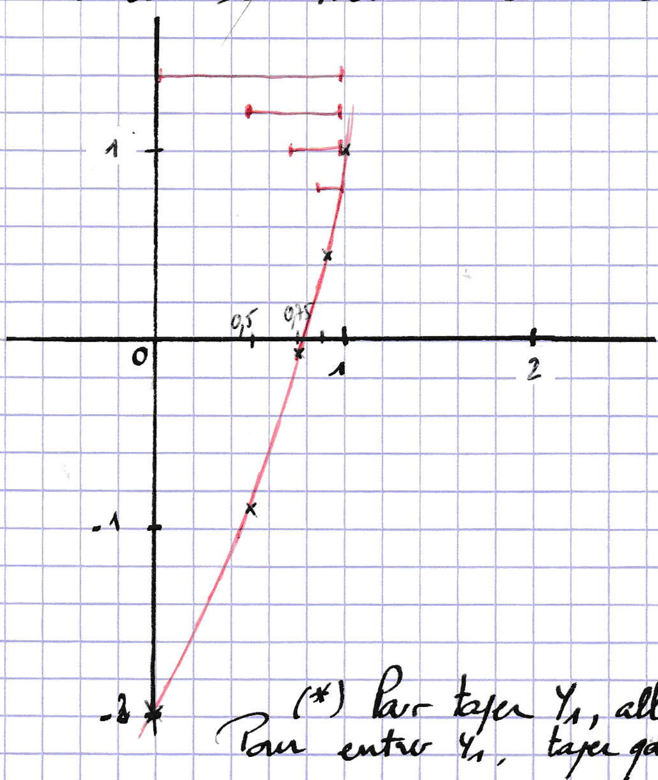
$f(0,75) = -0,078125$

$f(0,875) \simeq 0,419921875$

$f(0,8125) \simeq 0,161376953$

b) Cet algorithme recherche, par approximations successives, une valeur approchée de la solution à l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle considéré.

N est le nombre d'itérations.




```
PROGRAM: S43P51
:Input "A:", A
:Input "B:", B
:Input "Y1:", Y1          (*)
:Input "NBRE ITERO:", N
:For (K, 1, N)
:(A+B)/2 → M
:If Y1(M)*Y1(A) ≥ 0
:Then
:M → A
:Else
:M → B
:End
:End
:Disp "A=", A
:Disp "B=", B
```

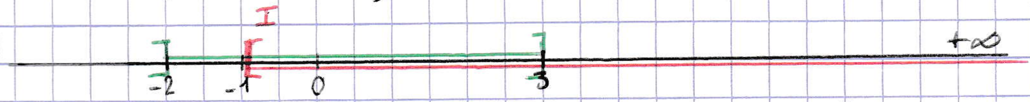
(*) Pour taper Y_1, aller dans : Var / Y-VARS / FONCTION / Y_1 ↵
Pour entrer Y_1, taper qd le pgm demde "X^3+2X-2", avec guillemets !

EXERCICE 03.A : Réunion et intersection.

1°a)

$I \cap J = [2;3]$; $I \cup J =]1;5,5]$

1°b)



$I \cap J = [-1;3]$; $I \cup J =]-2;+\infty[$

2°a) $x > 2$ ou $x \leq -3$

$]2;+\infty[\cup]-\infty;-3]$

2°b) $x > 1$ ou $x \leq -2$

$]1;+\infty[\cup]-\infty;-2]$